D: Esiste una trasformazione termodinamica nella quale tutto il calore assorbito da un gas perfetto viene trasformato completamente in lavoro. Tuttavia, nella realtà, non è possibile costruire una macchina termica con rendimento del 100%. Motiva esaurientemente queste affermazioni. Esiste una macchina che, viceversa, trasformi il lavoro su essa compiuto completamente in calore? Giustifica la tua risposta.

R: La trasformazione alla quale si sta facendo riferimento è l'isoterma, caratterizzata dalla relazione $T = \text{cost}$ e quindi, poiché il I Principio della termodinamica afferma che $Q = \Delta U + L$ e si ha $\Delta U = nc_V \Delta T = 0$, si deduce che per tale trasformazione $Q = L$.

Inoltre, dalla relazione $T = \text{cost}$ e dall'equazione di stato dei gas perfetti $pV = nRT$, si deduce la Legge di Boyle-Mariotte $pV = \text{cost}$. Tale legge, sul piano di Clapeyron, è descritta da un ramo di iperbole equilatera che ha per asintoti gli assi cartesiani. Poiché una macchina termica che lavori a temperatura costante ha rendimento nullo, affinché una macchina compia un ciclo termodinamico è necessario utilizzare un'ulteriore trasformazione che non sia isoterma. Tra le possibili scelte, quella che fornisce rendimento maggiore è l'adiabatica, in quanto minimizza il calore dissipato nell'intero ciclo. In pratica ottengo il ciclo di Carnot.

Per il Teorema di Carnot si ha che il rendimento $\eta = 1 - \frac{|Q^-|}{Q^+}$ di una macchina termica non è mai maggiore del rendimento $\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$ di una macchina ideale operante tra le stesse temperature.

Vale l'uguaglianza solo se le trasformazioni in gioco sono reversibili. Supposto utopicamente che si riesca a creare una macchina termica che compia trasformazioni reversibili, potrei ottenere un rendimento del 100% solo ponendo $T_1 = 0\ K$, in contraddizione con il III Principio della termodinamica.

Viceversa, una macchina che trasformi tutto il lavoro fornito in calore esiste: un esempio è il lavoro fornito dai freni di una bicicletta sulle ruote. Un altro esempio potrebbe essere il frullatore.

D: Dopo aver enunciato il primo principio della termodinamica, definisci e caratterizza le grandezze presenti nella formulazione matematica del principio. Sai che in una trasformazione isocora si ha $\Delta U = nc_V \Delta T$. È corretto affermare che tale relazione vale anche per una trasformazione nella quale il volume non rimane costante? Motiva la tua risposta.

R: Il I Principio della termodinamica afferma che il calore scambiato da una macchina termica serve in parte ad aumentare l'energia interna del sistema termodinamico e in parte a far sì che la macchina compia lavoro. In formula: $Q = \Delta U + L$.

Le grandezze in gioco sono:

- Il calore $Q = cm\Delta T$, che rappresenta l'energia assorbita o ceduta quando un corpo di massa *m* e calore specifico *c* varia la sua temperatura. La grandezza $C = c \cdot m$, chiamata capacità termica, identifica la capacità di un corpo di mantenere la propria temperatura.
- L'energia interna di un sistema $\Delta U = nc_V \Delta T$; rappresenta l'energia cinetica media delle particelle del gas. Dipende dal numero di moli *n*, il calore specifico a volume costante c_V e dalla variazione di temperatura ΔT .
- Il lavoro $L = \vec{F} \bullet \Delta\vec{s}$, rappresenta la capacità di una forza $\vec{F}$ di compiere uno spostamento $\Delta\vec{s}$.

La relazione $\Delta U = nc_V \Delta T$ ha valenza generale, è indipendente dalla trasformazione in atto, tant'è che l'energia interna è una funzione di stato, ovvero dipende solo dallo stato in cui si trova il gas e non dalla trasformazione in corso. In effetti, considerato ad esempio un gas monoatomico, l'energia cinetica media di una molecola è $\overline{K} = \frac{1}{2} m\overline{v}^2$ e la relazione di Bernoulli ci dice che $\overline{p}V = \frac{1}{3} Nm\overline{v}^2$, dove $\overline{p}$ indica la pressione media, *N* il numero delle molecole, *m* la massa di una singola molecola e $\overline{v}^2$ è la velocità quadratica media delle molecole. Unendo le due relazioni ottengo che $\overline{K} = \frac{3}{2} k_B T$, dove $k_B = \frac{R}{N_A} = \frac{nR}{N} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \; J/K$ indica la costante di Boltzmann. L'energia di tutte le particelle sarà $U = N \cdot \overline{K}$, ovvero $U = \frac{3}{2} nRT$. Poiché, per un gas monoatomico, $c_V = \frac{3}{2} R$, si ottiene $U = nc_V T$, perciò la variazione di energia interna sarà, in ogni caso, $\Delta U = nc_V \Delta T$.