

Applicazioni di esponenziali e logaritmi

1. Un capitale iniziale di € 15'000,00 è investito in un'obbligazione che paga un interesse annuo del 2,87%, che viene però aggiunto al capitale. Quale sarà la somma liquidata dopo 15 anni? [€ 22'931,00]
2. Con riferimento al problema precedente, se l'inflazione annua è mediamente del 1,38% annuo, quale sarà il valore reale del capitale finale? [€ 18'616,50]
3. Dopo quanti anni, minimo, un capitale di € 18'000, diventa € 24'000 o più, in regime di capitalizzazione composta al tasso del 2,15% annuo? [14 anni]
4. Dopo quanti anni, minimo, un capitale, in regime di capitalizzazione composta al tasso del 3,19% annuo, raddoppia? [> 22 anni]
5. Con riferimento al problema della capitalizzazione composta, se il capitale investito raddoppia, senza calcolare l'inflazione, dopo 23 anni, qual è l'interesse annuo? [≈ 3,06%]
6. La popolazione di una città è inizialmente formata da 214'000 abitanti, sapendo che essa aumenta in media del 3,12% l'anno, determinare dopo quanti anni raddoppia di numero. Il dato sul numero degli abitanti è necessario per risolvere il problema? [23 anni; no]
7. La Formula di Pogson: $m_x = -2,5 \cdot \log F_x$ viene usata per misurare la magnitudine apparente m_x di una stella, dove F_x è il flusso osservato nella banda x . Venere ha magnitudine $-4,4$, Marte $-2,8$. Quante volte Venere è più luminoso di Marte? [≈ 4,3]
8. Il Sole ha una magnitudine apparente di $-26,8$ mentre la Luna piena di $-12,6$. Quindi possiamo dire che il Sole è quante volte più luminoso della Luna piena? [≈ 447'453]
9. Una differenza di h unità fra le magnitudini apparenti comporta una luminosità maggiore di? [$2,5^h$]
10. La scala Richter misura la magnitudine di un terremoto in base alla quantità di energia liberata all'epicentro è di tipo logaritmico. Per esempio un terremoto di magnitudine 4 rispetto a uno di magnitudine 3 è 10 volte più disastroso, in generale per passare da una magnitudine alla successiva si moltiplica per 10. Quante volte è più disastroso un terremoto di magnitud 6 rispetto a uno di magnitudo 2? [10'000]
11. Un terremoto che è 1500 volte più disastroso di uno di magnitudo 3, ha magnitudo circa? [6,17]
12. Il pH è una scala di misura dell'acidità o della basicità di una soluzione, ed è definito come $\log(1/H_3O^+)$. Una soluzione si dice essere *acida* se $pH < 7$, *neutra* se $pH = 7$, *basica* se $pH > 7$. La Coca Cola ha un pH di 2,5, il succo d'arancia di 3,5. Quante volte la Coca Cola è più acida del succo d'arancia? [10]

13. Il sangue ha un pH di circa 7,4 un sapone per la mani standard, di circa 9. Quante volte circa il sapone è più basico del sangue? [40]
14. Una differenza di h unità fra i pH comporta un'acidità o basicità maggiore di quanto? [10^h]
15. Per eliminare i parassiti viene spruzzato un prodotto medicinale sulle arance, che assorbono il 100% del prodotto e ogni 4 giorni dimezzano il loro contenuto di tossicità. Dato che una percentuale superiore al 10% di residuo tossico fa sì che le arance non vengano dichiarate commestibili, qual è il minimo numero di giorni che devono attendersi affinché le arance possano essere mangiate? [14 giorni]
16. In una immaginaria nazione la crisi economica produce un'inflazione del 5% mensile. Se gli stipendi vengono adeguati mensilmente all'inflazione, un operaio che a gennaio guadagna 2'000 monete, quante monete guadagnerà il successivo dicembre? [3'420,68 monete]
17. Il *decibel*, indicato con dB , è un'unità di misura usata per l'intensità acustica I ; precisamente misura il *livello sonoro* percepito $L = 10 \log(I/I_0)$ dB dove I_0 è la cosiddetta *soglia di udibilità* e vale $10^{-12} W/m^2$. Quanto è in decibel la soglia di udibilità? [0 dB]
18. Calcolare in decibel l'intensità del rumore in una discoteca, che è $10^{-2} W/m^2$. [100 dB]
19. Il rumore di un colpo di pistola a 1 m è di circa 140 dB . Quanto vale l'intensità sonora? [$10^2 W/m^2$]
20. Quanto vale in dB , il suono emesso da 100 sorgenti ciascuna delle quali emette uno stesso suono di 10 dB ? [30 dB]
21. Quante sorgenti che emettono uno stesso suono di 10 dB equivalgono a una sorgente che emette un suono di 20 dB ? [10]
22. Se una sorgente emette un suono di x dB , n sorgenti uguali emetteranno complessivamente un suono di quanti dB ? [$x + 10 \cdot \log(n)$]
23. Il tempo per il dimezzamento del livello di radioattività dell'Uranio 237 è di 6,75 giorni, dopo quanto tempo si riduce al 5%? Se un certo materiale riduce il suo livello radioattivo al 18% dopo 44 giorni, qual è il suo tempo di dimezzamento? [≈ 29 giorni; $\approx 17,8$ giorni]
24. L'aspirina viene eliminata dai reni in ragione del 50% del farmaco presente ogni mezz'ora. Dopo quanto tempo nel corpo è rimasto il 10% dell'aspirina inizialmente somministrata? Se avessimo ingerito del Cefotaxime, avremmo avuto bisogno di circa 4 ore e 6 minuti per smaltirne l'85%, qual è il tempo di dimezzamento di questo antibiotico? [$\approx 1 h 40'$; $\approx 1 ora 30'$]
25. Una coltura batterica triplica di numero ogni 35 minuti. Se inizialmente è formata da 450 batteri, dopo quanti minuti avremo almeno un milione di batteri? Se invece raggiungessimo i 100 milioni dopo 1'000 minuti, quale sarebbe il tasso di accrescimento al minuto? [246 minuti, $\approx 1,2\%$]

26. Il Ca_{45} perde il 90% della sua radioattività in circa 548 giorni, mentre il Ta_{182} in circa 382 giorni. Qual è il rapporto fra i tempi di dimezzamento dei due isotopi? [≈ 1,44]
27. Nel tempo in cui le reni smaltiscono il 90% dell'antibiotico Meropenem, smaltiscono il 40% di Aztreonam. Se quest'ultimo ha un tempo di emivita di circa 1,7 ore, qual è il tempo di emivita del Meropenem? [≈ 1,2 ore]
28. Un capitale di € 15'000 viene investito in regime di capitalizzazione composta al 2,75% annuo, se dopo 12 anni il valore reale del capitale, al netto dell'inflazione, è di € 16'703,64, quanto vale il tasso di inflazione medio? [1,8%]
29. Un capitale di € 15'000 viene investito in regime di capitalizzazione composta al 3,25% annuo. Dopo n anni il valore reale del capitale, al netto dell'inflazione al 1,7% medio annuo, è di € 19'591,86, quanto vale n ? [18 anni]
30. Una corda di chitarra perde il 12% di elasticità che ha all'inizio di ogni anno. L'elasticità iniziale della corda è 1500 N/m . La corda è da sostituire quando scende al di sotto del 30% dell'elasticità iniziale. Dopo quanti anni bisogna cambiare la corda? È essenziale conoscere l'elasticità iniziale? [8 anni; no]
31. Una corda di basso perde l'8% di elasticità che ha all'inizio di ogni anno. La corda è da sostituire quando scende al di sotto del 40% dell'elasticità iniziale. Dopo quanti anni bisogna cambiare la corda? [11 anni]
32. Una corda di arpa perde il 10% di elasticità ogni anno rispetto all'elasticità iniziale. La corda è da sostituire quando scende al di sotto del 30% dell'elasticità iniziale. Dopo quanti anni bisogna cambiare la corda? [7 anni]
33. Esistono in commercio due tipologie di corde per violoncello, dello stesso costo unitario. La prima perde il 15% di elasticità che ha all'inizio di ogni anno. La seconda perde l'8% di elasticità ogni anno rispetto a quella iniziale. Sapendo che vanno sostituite quando la loro elasticità scende al di sotto del 35% dell'elasticità iniziale, quale delle due conviene acquistare? [la prima resiste per 7 anni, la seconda per 9. Quindi la prima]
34. Per stimare l'età di alcuni reperti archeologici si usa il metodo del Carbonio 14, un isotopo del Carbonio, il quale dimezza il suo contenuto radioattivo ogni 5730 anni. Se in un certo reperto abbiamo trovato una percentuale radioattiva del 27%, possiamo dire che il manufatto è stato costruito quanti anni fa circa? Se avessimo misurato il Torio 230 invece ne avremmo trovato una percentuale di circa il 90,5%. Quanto vale il tempo di dimezzamento del Th_{230} ? [10'824 anni; ≈ 75'000 anni]