

Esercizio 1: risolvi le seguenti equazioni in \mathbf{C} . Rappresenta gli insiemi delle soluzioni in un piano di Argand-Gauss.

1. $z^2 + 2z + 3 = 0$;
2. $z^2 + 2iz - 3 = 0$;
3. $z^2 + 1 = 0$;
4. $z^2 - \bar{z}^2 = 4i$;
5. $z^2 = -\bar{z}$;
6. $|z|^2 + z^2 - iz - 1 = 0$;
7. $2|z|^2 = z^3$;
8. $z^4 = i\sqrt{3} - 1$;
9. $z^6 + 2z^3 - 3 = 0$.

Esercizio 2: scomponi i seguenti polinomi prima in \mathbf{R} e poi in fattori di grado 1 (quindi a coefficienti in \mathbf{C}):

1. $P(z) = z^4 - 3z^3 + 2z^2 - 32z + 32$;
2. $Q(z) = z^3 - z^2 + 2$.

Soluzioni:

Esercizio 1:

1. $z = -1 \pm i\sqrt{2}$;
2. $z = \pm\sqrt{2} - i$;
3. $z = \pm i$;
4. $S = \{z \mid z = x + iy \in \mathbf{C} \wedge xy = 1\}$;
5. $z = 0 \vee z = -1 \vee z = \frac{1}{2}(1 \pm i\sqrt{3})$;
6. $z = i \vee z = \frac{1}{2}(\pm 1 + i)$;
7. $z = 0 \vee z = 2 \vee z = -1 \pm i\sqrt{3}$;
8. $z = \pm \frac{\sqrt[4]{2}}{2}(\sqrt{3} + i) \vee z = \pm \frac{\sqrt[4]{2}}{2}(-1 + i\sqrt{3})$;
9. $z = 1 \vee z = -\sqrt[3]{3} \vee z = \frac{\sqrt[3]{3}}{2}(1 \pm \sqrt{3}i) \vee z = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{3}i)$.

Esercizio 2:

1. $P(z) = (z-1)(z-4)(z^2 + 2z + 8) = (z-1)(z-4)(z+1-i\sqrt{7})(z+1+i\sqrt{7})$;
2. $Q(z) = (z+1)(z^2 - 2z + 2) = (z+1)(z-1-i)(z-1+i)$.