

Esercizio 1: risolvi le seguenti equazioni in \mathbf{C} . Rappresenta gli insiemi delle soluzioni in un piano di Argand-Gauss.

1. $iz + (2+2i)^5 = 0$;
2. $z^2 = 27 \cdot e^{\frac{\pi}{8}i}$;
3. $z^4 \cdot (\sqrt{3}-i)^{10} = (1-i)^{20}$;
4. $z^4 - 16 = 0$;
5. $z^4 (-1+i)^3 = (1+i)^5$;
6. $\frac{3z-1}{z^2-2z+2} - \frac{2iz}{z-1+i} = -2i$;
7. $\frac{2z+i}{z-i} + \frac{2i}{z+i} = 3 - \frac{6}{z^2+1}$;
8. $2^z + 1 = 0$;
9. $2^{z+1} - 2^{3-z} + 15 = 0$.

Esercizio 2: scomponi i seguenti polinomi prima in \mathbf{R} e poi in fattori di grado 1 (quindi a coefficienti in \mathbf{C}):

1. $P(z) = z^4 - z^3 - z^2 - z - 2$;
2. $Q(z) = z^3 - z - 6$.

Soluzioni:

Esercizio 1:

1. $z = 128(1-i)$;
2. $z = 3\sqrt{3} \cdot e^{\frac{\pi}{16}i} \vee z = 3\sqrt{3} \cdot e^{\frac{17}{16}\pi i}$;
3. $z = \pm \frac{1}{2}(\sqrt{3}+i) \vee z = \pm \frac{1}{2}(-1+i\sqrt{3})$;
4. $z = \pm 2 \vee z = \pm 2i$;
5. $z = \pm \frac{1}{\sqrt[4]{2}}(1+i) \vee z = \pm \frac{1}{\sqrt[4]{2}}(1-i)$;
6. $z = \frac{1}{5}(9-2i)$;
7. $z = 4i$;
8. $z = i \frac{\pi}{\ln 2}$;
9. $z = -1 \vee z = 3 + i \frac{\pi}{\ln 2}$.

Esercizio 2:

1. $P(z) = (z+1)(z-2)(z^2+1) = (z+1)(z-2)(z+i)(z-i)$;
2. $Q(z) = (z-2)(z^2+2z+3) = (z-2)(z+1-i\sqrt{2})(z+1+i\sqrt{2})$.