

**Esercizio 1:** risolvi le seguenti equazioni in  $\mathbf{C}$ . Rappresenta gli insiemi delle soluzioni in un piano di Argand-Gauss.

1.  $z^2 - \bar{z}^2 = 0$ ;
2.  $z^2 + 2iz - 3 + 2i\sqrt{3} = 0$ ;
3.  $|z| = i - 4z$ ;
4.  $(2z - 1)(|2z - 1| - 2) = 0$ ;
5.  $|z - 3 - 2i| = |\operatorname{Im}(z - i)|$ ;
6.  $z = \left( \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4} + i \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \right)^{2014}$ ;
7.  $z^3 = (i - 2)^3$ ;
8.  $z^4 + iz^3 + z^2 + iz = 0$ ;
9.  $(z^2 - 2i)^2 - (z^2 + 4z)^2 = 0$ .

**Esercizio 2:** scomponi il seguente polinomio prima in  $\mathbf{R}$  e poi in fattori di grado 1 (quindi a coefficienti in  $\mathbf{C}$ ):  $P(z) = z^4 - z^2 + 1$ .

Soluzioni:

**Esercizio 1:**

1.  $S = \{z \mid z = x + iy \in \mathbf{C} \wedge (z = x \vee z = iy)\}$ ;
2.  $z = -\sqrt{3} \vee z = \sqrt{3} - 2i$ ;
3.  $z = \frac{\sqrt{15}}{60}(-1 + i\sqrt{15})$ ;
4.  $S = \left\{ z \mid z = x + iy \in \mathbf{C} \wedge \left( z = 1/2 \vee (x - 1/2)^2 + y^2 = 1 \right) \right\}$ ;
5.  $S = \left\{ z \mid z = x + iy \in \mathbf{C} \wedge y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 6 \right\}$ ;
6.  $z = \frac{1}{2}(-\sqrt{3} + i)$ ;
7.  $z = 2 - i \vee z = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right)i \vee z = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} - \left(\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right)i$ ;
8.  $z = 0 \vee z = \pm i$ ;
9.  $z = \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}\pi i} \vee z = -1 + \sqrt[4]{2} \cdot e^{\frac{\pi}{8}i} \vee z = -1 + \sqrt[4]{2} \cdot e^{\frac{9}{8}\pi i}$ .

**Esercizio 2:**  $P(z) = (z^2 + \sqrt{3}z + 1)(z^2 - \sqrt{3}z + 1) = \frac{1}{16}(2z - \sqrt{3} + i)(2z - \sqrt{3} - i)(2z + \sqrt{3} + i)(2z + \sqrt{3} - i)$ .